Příklady z 2. 12. 2005

- Dokažte, že ve vrcholově 2-souvislém grafu lze zorientovat hrany tak, že z každého vrcholu vede orientovaná cesta do každého jiného vrcholu.

- Nechť $G = (V, E)$ je vrcholově 2-souvislý graf. Dokažte, že pro každý vrchol $v \in V$ a pro každou hranu $e \in E$ existuje kružnice $C \subseteq G$, která obsahuje v a e. Dokažte, že také pro každé dvě hrany $e_1, e_2 \in E$ existuje v G kružnice, která je obě obsahuje.

- Dokažte, že graf je bipartitní právě když neobsahuje žádnou lichou kružnici jako podgraf.

- Pro $n \in \mathbb{N}$ definujme graf H_n (zvaný "hyperkrychle dimenze n") následujícím způsobem: vrcholy H_n jsou všechny posloupnosti nul a jedniček délky n, tj. formálně $V(H_n) = \{(a_1, \dots, a_n); \forall i = 0, \dots, 1\ a_i \in \{0, 1\}\}$. Dva vrcholy $(a_1, \dots, a_n)$ a $(b_1, \dots, b_n)$ jsou spojené hranou, právě když platí $\sum_{i=1}^{n} |a_i - b_i| = 1$, tj. právě když se $(a_1, \dots, a_n)$ a $(b_1, \dots, b_n)$ liší v právě jedné složce.

  - Kolik má H_n vrcholů?
  - Kolik má H_n hran?
  - Je H_n souvislý?
  - Je H_n bipartitní?
  - Je H_n eulerovský?