

**Příklad 1.** Najděte chromatický polynom následujících grafů:

- graf s  $n$  vrcholy a žádnými hranami
- úplný graf na  $n$  vrcholech
- cesta na  $n$  vrcholech

**Příklad 2.** Dokažte, že pro libovolný multigraf  $G$  a libovolnou jeho hranu  $e$  splňuje chromatický polynom  $G$  následující rekurenci:

$$ch_G(\lambda) = ch_{G-e}(\lambda) - ch_{G/e}(\lambda).$$

**Příklad 3.** Pomocí inkluze-exkluze dokažte, že chromatický polynom multigrafu  $G = (V, E)$  lze vyjádřit vzorcem

$$ch_G(\lambda) = \sum_{F \subseteq E} (-1)^{|F|} \lambda^{k(V, F)},$$

kde  $k(V, F)$  označuje počet komponent souvislosti multigrafu  $(V, F)$ .

**Příklad 4.** Najděte Tutteův polynom pro následující multigrafy:

- multigraf s jedním vrcholem a  $m$  smyčkami
- cesta s  $m$  hranami
- kružnice délky  $m$
- graf se dvěma vrcholy, mezi nimiž vede  $m$  hran

**Příklad 5.** Nechť  $G$  je souvislý rovinný multigraf s daným rovinným nakreslením, necht'  $G^*$  je jeho duální multigraf. Jaký je vztah mezi Tutteovými polynomy multigrafů  $G$  a  $G^*$ ?