Příklady řešené na cvičení z KG2 11. 10.

Příklad 1. Charakterizujte grafy, které neobsahují K_3 jako minor. Charakterizujte grafy, ktere neobsahují $K_{1,3}$ jako minor.

Příklad 2. Najděte příklad grafů G a H takových, že H je minor G a zároveň G neobsahuje žádné dělení H jako podgraf.

Příklad 3. Nechť H je graf s vrcholy $v_1, \ldots, v_k$. Dokažte, že pro libovolný graf G platí, že G obsahuje H jako minor, právě když G obsahuje k navzájem disjunktních neprázdných souvislých podgrafů $B_1, \ldots, B_k$ takových, že pro každou hranu $v_i v_j$ grafu H existuje v G hrana spojující vrchol z B_i s vrcholem z B_j.

Příklad 4. Dokažte, že pokud H je graf maximálního stupně nejvýš 3, pak H je minor G, právě když G obsahuje nějaké dělení H jako podgraf.

Příklad 5. Nechť G je bipartitní graf se stejně velkými partitami X a Y. Dokažte, bez použití Tutteovy a Hallovy věty, že následující tři tvrzení jsou ekvivalentní:

- $\exists S \subseteq X \cup Y : \operatorname{odd}(G - S) > |S|$
- $\exists A \subseteq X : |N(A)| < |A|$
- $\exists B \subseteq Y : |N(B)| < |B|$