

**Příklad 1.** Dokažte, že každý souvislý graf, který není úplný, obsahuje dva nesousední vrcholy  $x$  a  $y$ , mající společného souseda  $z$ .

**Příklad 2.** Necht  $G = (V, E)$  je graf, jehož všechny vrcholy mají lichý stupeň. Necht  $C$  je množina hran grafu  $G$ , která má lichou velikost. Dokažte, že  $G$  obsahuje lichý počet hran mezi  $C$  a  $V \setminus C$ .

**Příklad 3.** Najděte grafy bez perfektního párování s následujícími vlastnostmi:

- $G$  je 3-regulární.
- $G$  je vrcholově 2-souvislý.
- $G$  je vrcholově 2-souvislý a má sudý počet vrcholů.
- $G$  je vrcholově 2-souvislý a 5-regulární.

**Příklad 4.** Kolik perfektních párování má úplný graf  $K_n$ ? Kolik perfektních párování má graf vzniklý z  $K_n$  odstraněním jedné hrany?

**Příklad 5.** Kolik nejvýše hran může mít graf na  $n$  vrcholech, který nemá perfektní párování?