

Příklad 1. Dokažte, pro $N \geq 6$, že když obarvíme hrany K_N dvěma barvami, vznikne aspoň $\binom{N}{3}/\binom{6}{3}$ jednobarevných kopií K_3 .

Příklad 2. Ukažte, že každý nekonečný graf obsahuje nekonečnou kliku nebo nekonečnou nezávislou množinu.

Příklad 3. Ukažte, že každá nekonečná posloupnost reálných čísel obsahuje nekonečnou podposloupnost, která je ostře roztoucí, ostře klesající, nebo konstantní.

Příklad 4. Ukažte, že v každé nekonečné množině bodů v rovině lze najít nekonečnou podmnožinu takovou, že buď všechny její body leží na jedné přímce, nebo žádné tři její body neleží na jedné přímce.

Příklad 5. Najděte nekonečný graf, který pro každé $k \in \mathbb{N}$ obsahuje kliku velikosti k , ale neobsahuje nekonečnou kliku. Najděte také nekonečnou posloupnost reálných čísel, která pro každé $k \in \mathbb{N}$ obsahuje klesající podposloupnost délky k , ale neobsahuje nekonečnou klesající podposloupnost.

Příklad 6. Mějme čtvercovou tabulku rozdělenou na N řádků a N sloupců. Políčka tabulky obarvíme pomocí b barev. Dokažte, že pokud je N dost velké vzhledem k b , tak bude platit následující:

- v libovolném obarvení lze najít jednobarevnou podtabulku tvaru 1×10 .
- v libovolném obarvení lze najít jednobarevnou podtabulku tvaru 2×2 .
- v libovolném obarvení lze najít jednobarevnou podtabulku tvaru 10×10 .

Pro jaké nejmenší N umíte tato tvrzení dokázat? (Poznámka: řádky a sloupce v podtabulce nemusí nutně tvořit souvislý úsek původní tabulky.)

Příklad 7. Mějme nyní nekonečnou tabulku, jejíž řádky i sloupce jsou očíslovány přirozenými čísly.

- Dokažte, že v libovolném obarvení políček této tabulky pomocí konečně mnoha barev lze nalézt jednobarevnou podtabulku s deseti řádky a nekonečně mnoha sloupci.
- Dokažte, že existuje obarvení políček pomocí dvou barev, v němž neexistuje žádná jednobarevná podtabulka s nekonečně mnoha řádky a nekonečně mnoha sloupci.