

Desátá série domácích úkolů
verze pro cvičení v úterý od 14:00

- Lhůta pro dodání řešení je úterý 5. května v 6 hodin ráno.
- Svá řešení mi pošlete mailem na adresu jelinek@iuuk.mff.cuni.cz nebo mi je po předchozí domluvě přineste osobně.
- Řešení by mělo obsahovat nejen konečný výsledek, ale i postup, jak jste k výsledku dospěli.
- Přejete-li si mít své bodové zisky zveřejněny na webu cvičení, dejte mi vědět. Můžete si případně zvolit prezdívkou.
- Číslo v rámečku u zadání označuje bodové ohodnocení příkladu.

-
- 3 1. (Příklad zadaný na cvičení) Najděte příklad množinového systému $\mathcal{M} = \{M_1, M_2, \dots\}$ takového, že každý jeho konečný podsystém $\mathcal{M}' \subseteq \mathcal{M}$ má systém různých reprezentantů, ale samotný systém \mathcal{M} nemá systém různých reprezentantů.
2. Připomeňme terminologii, kterou znáte ze zimního semestru: v částečně uspořádané množině (X, \preceq) se pojmem *řetězec* označuje množina $R \subseteq X$, jejíž každé dva prvky jsou porovnatelné v relaci \preceq , a *antiřetězec* je množina, v níž žádné dva různé prvky nejsou porovnatelné v \preceq .
- 1 (a) Dokažte, že každá spočetná nekonečná částečně uspořádaná množina obsahuje nekonečný řetězec nebo nekonečný antiřetězec.
- 1 (b) Najděte spočetnou nekonečnou částečně uspořádanou množinu (X, \preceq) , která neobsahuje nekonečný řetězec, ale platí, že pro každé $n \in \mathbb{N}$ existuje v (X, \preceq) řetězec velikosti n .
- 1 (c) Najděte spočetnou nekonečnou částečně uspořádanou množinu (X, \preceq) , která neobsahuje nekonečný antiřetězec, ale platí, že pro každé $n \in \mathbb{N}$ existuje v (X, \preceq) antiřetězec velikosti n .
- 3 3. (I tento příklad byl zadán na cvičení) Mějme tabulku s nekonečně mnoha řádky a nekonečně mnoha sloupci, jejíž políčka jsou obarvena třemi barvami. Ukažte, že existuje podtabulka s nekonečně mnoha řádky a nekonečně mnoha sloupci, jejíž políčka jsou obarvena nejvýše dvěma barvami. (Nápověda: zkuste obarvení políček původní tabulky převést na vhodně zvolené obarvení neuspořádaných dvojic čísel pomocí konečného počtu barev, a pak použít Ramseyovu větu.)