

Šestá série domácích úkolů
verze pro cvičení v úterý od 14:00

- Lhůta pro dodání řešení je úterý 7. dubna v 6 hodin ráno.
 - Svá řešení mi pošlete mailem na adresu jelinek@iuuk.mff.cuni.cz nebo mi je po předchozí domluvě přineste osobně.
 - Řešení by mělo obsahovat nejen konečný výsledek, ale i postup, jak jste k výsledku dospěli.
 - Přejete-li si mít své bodové zisky zveřejněny na webu cvičení, dejte mi vědět. Můžete si případně zvolit prezdívkou.
 - Číslo v rámečku u zadání označuje bodové ohodnocení příkladu.
-

- 2 1. Nechť G je graf, jehož každý vrchol má stupeň nejvýš 3. Dokažte, že $k_e(G) = k_v(G)$.
2. Rozhodněte, zda jsou následující tvrzení pravdivá:
- 1 (a) Pro libovolný graf G a libovolnou jeho hranu e platí $k_e(G) \geq k_e(G - e)$.
- 1 (b) Pro libovolný graf G a libovolný jeho vrchol v platí $k_e(G - v) \geq k_e(G) - 1$.
- 2 3. Nechť $G = (V, E)$ je vrcholově k -souvlslý graf, a nechť v_1, v_2, \dots, v_k je nějaká k -tice různých vrcholů G . Vyrobneme nový graf H tak, že ke G přidáme nový vrchol x a k nových hran $\{x, v_1\}, \{x, v_2\}, \dots, \{x, v_k\}$. Dokažte, že H je vrcholově k -souvlslý.
- 1+2 4. Nechť G je graf s alespoň $k + 1$ vrcholy. Dokažte, že následující dvě tvrzení jsou ekvivalentní:
- G je vrcholově k -souvlslý.
 - G pro libovolnou $(k+1)$ -tici různých vrcholů $(x, v_1, v_2, \dots, v_k)$ lze v G najít k -tici cest P_1, \dots, P_k , kde P_i spojuje vrchol x s vrcholem v_i , a žádné dvě tyto cesty nemají kromě x žádný společný vrchol.

Za jednu implikaci dostanete 1 bod, za obě 3 body. Při řešení tohoto příkladu se vám může hodit tvrzení z příkladu 3. Toto tvrzení smíte použít, i kdybyste příklad 3 neuměli vyřešit.