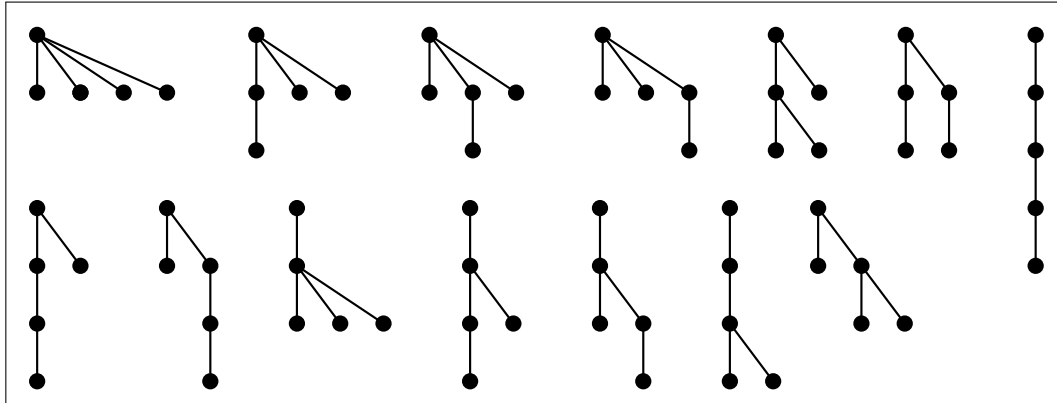


Třetí série domácích úkolů  
verze pro cvičení v úterý od 12:20

- Lhůta pro dodání řešení je úterý 17. března v 6 hodin ráno.
- Svá řešení mi pošlete mailem na adresu jelinek@iuuk.mff.cuni.cz nebo mi je po předchozí domluvě přineste osobně.
- Řešení by mělo obsahovat nejen konečný výsledek, ale i postup, jak jste k výsledku dospěli.
- Přejete-li si mít své bodové zisky zveřejněny na webu cvičení, dejte mi vědět. Můžete si případně zvolit prezdívkou.
- Číslo v rámečku u zadání označuje bodové ohodnocení příkladu.

- 3 1. Necht'  $s_n$  je počet zakořeněných stromů s  $n$  hranami. Dva zakořeněné stromy pokládáme za různé, i když se liší jen změnou pořadí potomků nějakého vrcholu. Dokažte, že  $s_n$  je  $n$ -té Catalanovo číslo, tj.  $s_n = \frac{1}{n+1} \binom{2n}{n}$ . Následující obrázek ukazuje 14 zakořeněných stromů se čtyřmi hranami, což ilustruje, že  $s_4 = 14$ .



- 2 2. Najděte množinový systém  $(B, P)$ , který není projektivní rovina, a přitom splňuje následující trojici axiomů:
- A1) Pro každé dva různé prvky  $b, b'$  z množiny  $B$  existuje právě jedna množina  $p \in P$  taková, že  $\{b, b'\} \subseteq p$ .
  - A2) Každé dvě různé množiny  $p, p' \in P$  mají jednoprvkový průnik.
  - A3) Existuje čtyřprvková množina  $\check{C} \subseteq B$  taková, že pro každé  $p \in P$  platí  $|p \cap \check{C}| \leq 3$ .
- 2 3. Necht'  $(B, P)$  je množinový systém, který splňuje axiomy A1 a A2 z předchozího příkladu. Předpokládejme, že v  $P$  existují dvě různé množiny  $p, q \in P$ , z nichž každá obsahuje aspoň 3 prvky. Dokažte, že  $(B, P)$  je projektivní rovina.