

Kombinatorika a grafy 1 (NDMI011)

Domácí úkol č.4

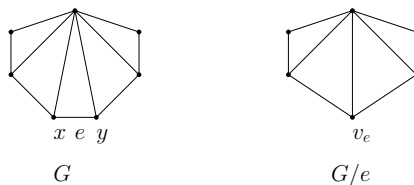
Irena Penev

Termín odevzdání: neděle 7. 12. 2025 ve 13:00. Odevzdejte v Sovičce ve formátu PDF.

Příklad 1 (5 bodů). *Nechť $e = xy$ je hrana vrcholově 2-souvislého grafu G . Dokažte, že $G - e$ je vrcholově 2-souvislý právě tehdy, když v $G - e$ existuje cyklus, který obsahuje vrcholy x a y .*

Definice. *Nechť $e = xy$ je hrana grafu G . G/e je graf, který dostáváme zkontrahováním hrany e v grafu G . Přesněji:*

- $V(G/e) = (V(G) \setminus \{x, y\}) \cup \{v_e\}$, kde v_e je „nový“ vrchol, tj. $v_e \notin V(G)$;
- $E(G/e) = \left(E(G) \cap \binom{V(G) \setminus \{x, y\}}{2} \right) \cup \{v_e v \mid v \in V(G) \setminus \{x, y\}, xv \in E(G)\} \cup \{v_e v \mid v \in V(G) \setminus \{x, y\}, yv \in E(G)\}$.



Příklad 2 (5 bodů). *Nechť G je vrcholově 2-souvislý graf, který má alespoň 4 vrcholy, a nechť $e = xy$ je hrana grafu G . Dokažte, že G/e nebo $G - e$ je vrcholově 2-souvislý.*