

Kombinatorika a grafy 1 (NDMI011)

Domácí úkol č.3

Irena Penev

Termín odevzdání: sobota 22. 11. 2025 ve 13:00. Odevzdejte v Sovičce ve formátu PDF.

Příklad 1 (5 bodů). *Nechť G je bipartitní graf se stranami A a B .¹ Předpokládejme, že pro každou **neprázdnou** množinu $A' \subseteq A$ platí $|A'| < |N_G(A')|$.² Dokažte, že pro každou hranu $e \in E(G)$ existuje párování M ve grafu G , takové že $|M| = |A|$ a $e \in M$.*

Příklad 2 (5 bodů). *Nechť G je bipartitní graf, který má alespoň jednu hranu. Dokažte, že G má párování velikosti alespoň $\lceil |E(G)|/\Delta(G) \rceil$.*

¹Tj. A a B jsou nezávislé množiny grafu G , takové že platí $V(G) = A \cup B$ a $A \cap B = \emptyset$.

² $N_G(A') := \{x \in V(G) \setminus A' \mid \exists a \in A' \text{ t.ž. } ax \in E(G)\}$.