

Kombinatorika a grafy 1 (NDMI011)

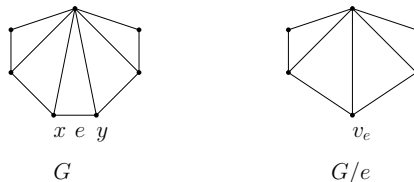
Cvičení 9

Irena Penev

Příklad 1. Pomocí determinant, spočítejte počet koster úplného bipartitního grafu $K_{m,n}$.

Příklad 2. Dokažte, že graf je hranově 2-souvislý právě tehdy, když ho lze vytvořit z cyklu přidáváním cest a cyklů.¹

Definice. Nechť $e = xy$ je hrana grafu G . G/e je graf, který dostáváme zkontrahováním hrany e v grafu G . Přesněji, množina vrcholů grafu G/e je $(V(G) \setminus \{x, y\}) \cup \{v_e\}$ (kde v_e je nový vrchol, tj. $v_e \notin V(G)$) a množina hran je $(E(G) \cap (V(G) \setminus \{x, y\})^2) \cup \{v_e v \mid v \in V(G) \setminus \{x, y\}, xv \in E(G)\} \cup \{v_e v \mid v \in V(G) \setminus \{x, y\}, yv \in E(G)\}$.



Příklad 3. Nechť G je vrcholově 2-souvislý graf, který není K_3 , a nechť $e = xy$ je nějaká hrana grafu G . Dokažte, že G/e nebo $G - e$ je vrcholově 2-souvislý.

Příklad 4. Nechť G je vrcholově 3-souvislý graf, a nechť xy je nějaká hrana grafu G . Dokažte, že G/xy je 3-souvislý právě tehdy, když $G \setminus \{x, y\}$ je vrcholově 2-souvislý.

Příklad 5. Mějme souvislý graf G a nějaké dvě nejdelší cesty v něm. Dokažte, že tyto cesty mají společný vrchol.

¹přidávání cesty = napojení konců nové cesty do dvou různých vrcholů původního grafu; přidávání cyklu = napojení jednoho vrcholu nového cyklu do jednoho vrcholu původního grafu