

Kombinatorika a grafy 1 (NDMI011)

Cvičení 8

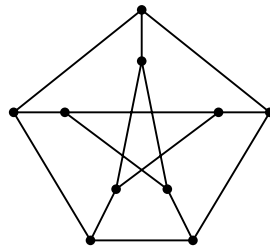
Irena Penev

Příklad 1. *Nechť a, b, c, d, e jsou různá přirozená čísla.*

- (a) *Má množinový systém tvořený všemi tříprvkovými podmnožinami množiny $\{a, b, c, d\}$ systém různých reprezentantů?*
- (b) *Má množinový systém tvořený všemi tříprvkovými podmnožinami množiny $\{a, b, c, d, e\}$ systém různých reprezentantů?*

Příklad 2. *Najděte nekonečný systém množin $M = \{M_i\}_{i \in I}$, který splňuje Hallovu podmínku (tj. pro každé $k \in \mathbb{N}$ obsahuje sjednocení libovolné k -tice množin z M aspoň k prvků), ale nemá systém různých reprezentantů.*

Příklad 3. *Perfektní párování grafu G je takové párování, které pokrývá všechny vrcholy grafu G . Najděte všechna perfektní párování v Petersenově grafu. Ukažte, že víc jich neexistuje.*



Petersenův graf

Příklad 4. *Najděte příklad grafu G , ve kterém lze odebrat vrchol tak, že*

- (a) *hranová souvislost G klesne (vzroste) o libovolně velké předem dané číslo;*
- (b) *vrcholová souvislost G vzroste o libovolně velké předem dané číslo. O kolik může vrcholová souvislost klesnout po odebrání vrcholu?*

Příklad 5. *Rozhodněte, zda je každý souvislý graf se sudými stupni a s neprázdnou množinou hran*

(a) *vrcholově 2-souvislý;*

(b) *hranově 2-souvislý.*

Příklad 6. *Ukažte, že pro každé $k \geq 2$ je každý k -regulární souvislý bipartitní graf vrcholově 2-souvislý.*