

Cvičení z Diskrétní matematiky

8. cvičení – Základy pravděpodobnosti

20. 11. 2017

1. Mějme sadu spravedlivých 6-stěnných kostek. Jakou pravděpodobnost mají následující jevy?
 - (a) Při hodu jednou kostkou padne prvočíslo?
 - (b) Při hodu dvěma kostkami bude součet čísel větší nebo roven 5?
 - (c) Při hodu deseti kostkami bude součin čísel roven $2^{16} = 65\,536$?
 - (d) Při hodu dvěma kostkami bude maximum rovno 5?
2. Určitou nemocí trpí jeden z tisíce obyvatel. K dispozici je test, který nemocnému potvrdí s pravděpodobností 99 procent, že je nemocný, a zdravému s pravděpodobností 95 procent, že je zdravý. Jaká je pravděpodobnost, že když máte pozitivní výsledek testu, tak jste opravdu nemocní?
3. Sousedům se narodily dvě děti a vy víte, že jedno z nich se jmenuje Pepíček. Jaká je pravděpodobnost, že i druhé z nich je kluk? (Předpokládejme, že každé dítě se narodí náhodně s pravděpodobností $1/2$ jako kluk.)
4. Ukažte na příkladech, že následující vztahy nemusí platit:
 - (a) $\mathbb{E}[XY] = \mathbb{E}[X] \mathbb{E}[Y]$
 - (b) $\mathbb{E}[X^2] = (\mathbb{E}[X])^2$
 - (c) $\mathbb{E}[1/X] = 1/\mathbb{E}[X]$
5. Buď $f(\pi)$ počet pevných bodů permutace π . Určete $\mathbb{E}[f]$ pro π náhodnou permutaci na n prvcích.
6. Máte skupinu k lidí, jaká je pravděpodobnost, že dva z nich mají narozeniny ve stejný den.