

## Úlohy ke cvičení

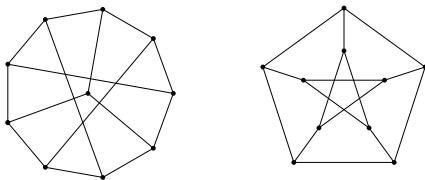
*Úloha 1:* Kolik čísel zbyde z  $1, \dots, n$  po vyškrtání násobků 2, 3, 5 a 7?

Vyřešte nejprve obecně a pak určete přesný výsledek pro  $n = 999$ .

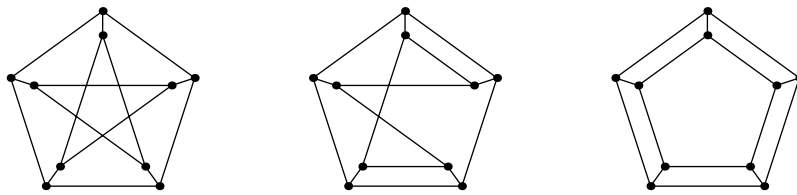
*Úloha 2:* Na plesu je  $n$  párů. Kolik je rozdělení do dvojic takových, že žádný pár netančí spolu? Kolik je rozdělení takových že právě jeden pár tančí spolu?

*Úloha 3:* K pevnosti v Helmově žlebu postupují skřeti. V úzké chodbičce za branou na ně s napětím ekaají bojovníci: 3 elfové, 4 trpaslíci a 5 lidí. Kolik je možností, jak si mohou stoupnout do řady, aniž by všichni příslušníci téže rasy stáli u sebe? Jak se odpověď změní, pokud bytosti téže rasy nebudou rozlišitelné?

*Úloha 4:* Nalezněte izomorfismus grafů na obrázku:



*Úloha 5:* Ukažte, že žádné dva z grafů na obrázku nejsou izomorfní:



*Úloha 6:* Existuje bipartitní graf s aspoň 5 vrcholy, jehož doplněk je také bipartitní?

*Úloha 7:* Graf  $G$ , který je izomorfní svému doplňku  $\bar{G}$  se nazývá samodoplňkový. Najděte všechny samodoplňkové kružnice (a dokažte, že žádné jiné neexistují).

*Úloha 8:* Pro každé přirozené  $n$  sestrojte graf  $G_n$ , který má přesně  $n$  automorfismů, neboli izomorfismů  $G_n \rightarrow G_n$ .

*Úloha 9:* (chyták dne) Do plného letadla nastupuje postupně 100 pasažéru. První ale ztratil letenku a tak si sedne na náhodnou sedačku. Ostatní si sednou podle letenky pokud je tam místo. Jinak si sednou náhodně. Jaká je pravděpodobnost, že poslední sedí na svém místě?