

Třinácté cvičení ADS 1

Příklad 1: Binární algoritmus na výpočet GCD funguje takto: Pokud x i y jsou sudá, pak $\text{gcd}(x, y) = 2\text{gcd}(x/2, y/2)$. Je-li x sudé a y liché, pak $\text{gcd}(x, y) = \text{gcd}(x/2, y)$. Jsou-li obě lichá, odečteme menší od většího. Zastavíme se, až bude $x = y$. Dokažte, že tento algoritmus funguje a že provede nejvýše $c(\log x + \log y)$ kroků pro vhodnou konstantu c .

Příklad 2: Dokažte, že reprezentujeme-li množiny binárními vyhledávacími stromy, nelze 2 množiny sjednotit v čase lepším než lineárním.

Příklad 3: Je dána matice A přirozených čísel, která v každém řádku i sloupci roste. Najděte (i, j) takové, že $A_{i,j} = i + j$. (Jednodušší verze: matice má jen jeden řádek.)

Příklad 4: Mějme strom s ohodnocenými hranami a číslo X . Existuje ve stromu cesta, se součtem ohodnocení hran přesně X ? (Jednodušší verze: strom se nevětví.)

Příklad 5: Je dána posloupnost čísel délky n , kde se jedno číslo opakuje více než $n/2$ -krát. Jak ho najít v lineárním čase pokud máme k dispozici paměť konstantní velikosti?

Příklad 6: Mějme plán městečka ve tvaru stromu. Hrany jsou ulice, vrcholy křižovatky. Na křižovatku lze umístit strážníka, ten pak hlídá všechny ulice sousedící s křižovatkou. Strážníkovi ovšem musíme zaplatit, mezi křižovatkami se liší, kolik. Vymyslete, jak co nejlevněji rozmístit strážníky tak, aby všechny ulice byly hlídány.