

## 7. cvičení z PSt

1. Čekání  $X \sim U(0, 10)$ .

$$(a) P(X > 4) = \frac{10 - 4}{10} = \frac{6}{10} = 0.6.$$

$$(b) E(X) = \frac{0 + 10}{2} = 5, \quad \text{Var}(X) = \frac{(10 - 0)^2}{12} = \frac{100}{12},$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{100}{12}} = \frac{10}{\sqrt{12}}.$$

2. Je-li  $U \sim U(0, 1)$ , pak

$$X = a + (b - a)U \sim U(a, b).$$

Naopak

$$U = \frac{X - a}{b - a} \sim U(0, 1).$$

3. Rozdělíme interval  $(0, 1)$  na šest stejných částí:

$$X = k \iff U \in \left( \frac{k-1}{6}, \frac{k}{6} \right).$$

Obecně: pro diskrétní rozdělení použijeme kumulativní pravděpodobnosti.

4.  $E(X) = 4 \Rightarrow \lambda = \frac{1}{4}$ .

$$(a) F(x) = 1 - e^{-x/4}.$$

$$(b) P(X > 4) = e^{-4/4} = e^{-1}.$$

$$(c) P(3 \leq X \leq 5) = e^{-3/4} - e^{-5/4}.$$

5. Pro  $Y = cX$ :

$$F_Y(y) = P(Y \leq y) = P(X \leq y/c) = 1 - e^{-(\lambda/c)y}.$$

Tedy  $Y \sim \text{Exp}(\frac{\lambda}{c})$ .

6.

$$(a) P(X > s + t \mid X \geq s) = \frac{e^{-\lambda(s+t)}}{e^{-\lambda s}} = e^{-\lambda t} = P(X > t).$$

$$(b) E(X \mid X \geq 1) = 1 + E(X) = 1 + \frac{1}{\lambda}.$$

7.

$$(a) P(|Z| \leq 1) = 2\Phi(1) - 1 \approx 0.6827.$$

$$(b) P(|Z| \leq 2) \approx 0.9545.$$

$$(c) P(|Z| \leq 3) \approx 0.9973.$$

$$(d) P(|X - \mu| \leq k\sigma) = P(|Z| \leq k).$$

8.  $X \sim N(40, 10^2)$ ,  $Z = \frac{X-40}{10} \sim N(0, 1)$ .

$$(a) P(X < 0) = P\left(Z < \frac{-40}{10}\right) = P(Z < -4) \approx 0.$$

$$(b) P(50 \leq X \leq 70) = P(1 \leq Z \leq 3) = \Phi(3) - \Phi(1).$$