

Cvičení — z-intervaly

1. Necht' X_1, \dots, X_n jsou nezávislá měření z normálního rozdělení $X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$, kde směrodatná odchylka σ je známá. Chceme sestrojít interval spolehlivosti pro neznámou střední hodnotu μ .

1. Jaké rozdělení má výběrový průměr \bar{X} ?

2. Jaké rozdělení má veličina

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}?$$

3. Použijte vztah

$$\Pr(-1.96 \leq Z \leq 1.96) = 0.95$$

a odvoďte 95% interval spolehlivosti pro μ .

2. Firma plní balíčky mouky. Hmotnost jednoho balíčku má přibližně normální rozdělení se známou směrodatnou odchylkou $\sigma = 8$ gramů. Zkontrolovali jsme $n = 64$ balíčků a výběrový průměr vyšel $\bar{X} = 502$ g.

1. Sestrojte 95% interval spolehlivosti pro skutečnou střední hmotnost μ .

2. Obsahuje tento interval hodnotu 500 g?

3. Jak by se interval změnil, kdybychom zkontrolovali stokrát více balíčků?

3. Uvažujme znovu interval z předchozího příkladu. Rozmyslete si, které z následujících interpretací jsou správné.

1. Pravděpodobnost, že skutečná hodnota μ leží v intervalu $[500.04, 503.96]$, je 95%.

2. Kdybychom celý postup opakovali mnohokrát, přibližně 95% takto sestrojených intervalů by obsahovalo skutečnou hodnotu μ .

3. Interval říká, že přibližně 95% jednotlivých balíčků má hmotnost mezi 500.04 g a 503.96 g.

4. Hodnota 500 g není v tomto 95% intervalu, takže data nejsou příliš konzistentní s tvrzením, že $\mu = 500$ g.