Úloha 1. Najděte relaci na $\{1, 2, 3, 4\}$, která je současně symetrická i antisymetrická.

Úloha 2. Najděte relaci na $\{1, 2, 3, 4\}$, která není symetrická ani antisymetrická.

Úloha 3. Jak vypadá relace $R \circ R$, označuje-li R:

a) relaci rovnosti na množině $\mathbb{N}$,

b) relaci $\leq$ na $\mathbb{N}$,

c) relaci $<$ na $\mathbb{N}$,

d) relaci $<$ na $\mathbb{R}$.

Úloha 4. Dokažte, že binární relace R na množině M je tranzitivní právě tehdy, když $R \circ R \subseteq R$.

Úloha 5. Dokažte, že pro každou binární relaci M na množině X platí, že relace $T = \bigcup_{n=1}^{\infty} R^n$ je tranzitivní.

Úloha 6. Najděte relace R, S (na libovolné množině) takové, že $R \circ S \neq S \circ R$.

Úloha 7. Najděte bijekce mezi následujícími množinami:

a) $\mathbb{N}$ a $\mathbb{Z}$,

b) $\mathbb{N}$ a $\mathbb{N}^2$,

c) $\mathbb{N}$ a $\mathbb{Q}$.

Úloha 8. Buď R relace na množině M. Definujeme mocninu relace R^n takto: $R^1 = R, R^{n+1} = R^n \circ R$. Dokažte, že pokud je M konečná množina, pak existuje $0 < i < j$ takové, že $R^i = R^j$.

Úloha 9. Najděte relaci R na nějaké nekonečné množině takovou, že všechny relace R^n pro $n > 0$ jsou navzájem různé.

Úloha 10. Pro každou z vlastností (*)

(i) reflexivita,

(ii) symetrie,

(iii) antisymetrie,

(iv) tranzitivita,

uvažte následujcí problém: Nechť R a S jsou relace s vlastností (*). Rozhodněte, které z následujících relací mají také vlastnost (*).

a) $R \cap S$,

b) $R \cup S$,

c) $R \Delta S$, to jest $(R \setminus S) \cup (S \setminus R)$,

d) $R \circ S$.

Pro každou možnost odpovězte a zdůvodněte jednu z následujících možností: vždy (pro každou volbu R a S), někdy (pro aspoň jednu volbu), nebo nikdy (pro žádné R a S).