

Úloha 1. Uvažme operaci, která z grafu G na vrcholech v_1, \dots, v_n vytvoří graf H s vrcholy $v_1, \dots, v_n, u_1, \dots, u_n, w$. Hrany H jsou definovány následovně:

$$v_i, v_j \in E(H) \Leftrightarrow v_i, v_j \in E(G),$$

$$u_i, v_j \in E(H) \Leftrightarrow v_i, v_j \in E(G),$$

$$u_i, w \in E(H) \text{ pro všechna } i.$$

Jiné hrany v grafu H nejsou.

a) Najděte vztah mezi $\chi(G)$ a $\chi(H)$. [4 body]

b) Dokažte, že pokud graf G neobsahuje trojúhelník, pak ani H neobsahuje trojúhelník. [1 bod]

Úloha 2. Dokažte, že každý rovinný graf G lze rozložit na sjednocení nejvýše pěti lesů (tj. na pět acyklických grafů na $V(G)$ takových, že sjednocení jejich hran je $E(G)$). [4 body]