Definice 1. Zobrazení $b : V \to \{1, \dots, k\}$ nazveme *obarvením*, či přesněji (dobrým) k*-obarvením*, grafu $G = (V, E)$, pokud pro každou hranu $u, v \in E$ platí $b(u) \neq b(v)$.

Definice 2. Barevnost $\chi(G)$ grafu G je minimální $k \in \mathbb{N}$ takové, že G lze obarvit k barvami.

Úloha 1. Dokažte, že rovinný graf bez trojúhelníků lze obarvit čtyřmi barvami.

Úloha 2. Dokažte vnějškově rovinné grafy lze obarvit třemi barvami. Graf je vnějškově rovinný, pokud má rovinné nakreslení takové, že všechny vrcholy leží na vnější stěně.

Úloha 3. Popište efektivní algoritmus, který rozhodne, zda lze zadaný graf obarvit dvěma barvami.

Úloha 4. Ukažte, že má-li rovinný graf sudé stupně, pak je barevnost jeho duálu rovna dvěma.

Úloha 5. Mějme množinu $\mathcal{I}$ intervalů $[x_i, y_i] \subset \mathbb{R}, i \in [n]$. Můžeme předpokládat, že všechny konce jsou navzájem různé. Definujme graf G, jehož množinou vrcholů je $\mathcal{I}$ (tj. vrcholy jsou intervaly) a mezi intervaly $[x_i, y_i], [x_j, y_j], i \neq j$ je hrana, právě když $[x_i, y_i] \cap [x_j, y_j] \neq \emptyset$. Dokažte, že $\chi(G) = \omega(G)$.