

**Úloha 1.** Matice sousednosti grafu  $G$  je matice  $A$ , kde  $A_{ij} = 1$ , pokud jsou vrcholy  $i$  a  $j$  spojeny hranou,  $A_{ij} = 0$  jinak. Zkuste pomocí matice sousednosti určit následující

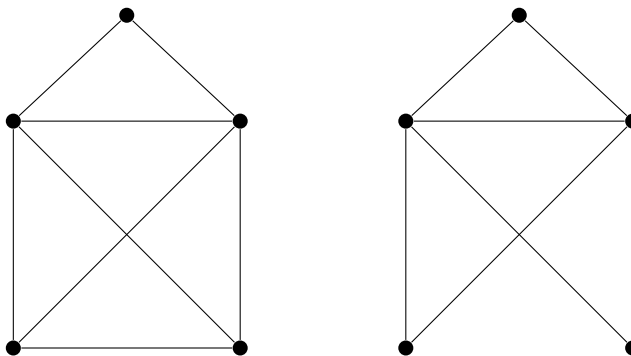
- délku nejkratšího cyklu v  $G$ ,
- délku nejkratšího lichého cyklu v  $G$ ,
- délku nejkratšího sudého cyklu v  $G$ .

**Úloha 2.** Najděte dva souvislé grafy se stejným skóre, které nejsou izomorfní.

**Úloha 3.** Může existovat graf s následujícím skóre? Pokud ano, najděte jej. Pokud ne, zdůvodněte.

- $(1, 1, 2, 2, 2, 3, 4, 4)$
- $(1, 1, 1, 2, 2, 3, 4, 4, 5, 5)$
- $(1, 1, 2, 3, 3, 6)$
- $(3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3)$
- $(3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3)$

**Úloha 4.** Rozhodněte, zda jde graf domečku obtáhnout jedním uzavřeným tahem. Pokud ano, najděte takový tah. Co u domečku bez podlahy?



**Úloha 5.** Dokažte, že orientovaný graf obsahuje orientovaný uzavřený eulerovský tah, právě když je souvislý a každý vrchol splňuje  $\deg^+ v = \deg^- v$ .

**Úloha 6.** Dokažte, že graf se sudými stupni neobsahuje most, tj. hranu, jejíž odebrání zvýší počet komponent.

**Úloha 7.** Mějme orientovaný graf, který má všechny výstupní stupně alespoň 1. Ukažte, že pak obsahuje nějaký uzavřený tah.