

Úloha 1. Najděte co nejvíce izomorfních dvojic mezi standardními třídami grafů

- K_n (úplný graf na n vrcholech, $n \geq 1$),
- C_n (kružnice na n vrcholech, $n \geq 3$),
- P_n (cesta s n hranami, $n \geq 0$),
- $K_{m,n}$ (úplný bipartitní graf s partitami velikosti m a n , $m \geq n \geq 1$),

pro konkrétní volby parametrů m a n (zvláště u každé třídy).

Úloha 2. Uvažte množinu vrcholů $V = \{1, \dots, n\}$. Kolik je na této množině různých (byť izomorfních) grafů:

- K_n
- P_n
- C_n
- $K_{k,n-k}$, v závislosti na k
- Grafů v nichž má každý vrchol právě jednoho souseda.

Úloha 3. Najděte příklad grafu, který je izomorfní svému doplňku.

Úloha 4. Existuje bipartitní graf s aspoň 5 vrcholy, jehož doplněk je také bipartitní?

Úloha 5. Ukažte, že doplněk nesouvislého grafu musí být souvislý. Platí to i obráceně?

Úloha 6. Ukažte, že když graf G obsahuje lichý cyklus jako podgraf, tak potom obsahuje také nějaký lichý cyklus jako indukovaný podgraf.

Úloha 7. Matice sousednosti grafu G je matice A , kde $A_{ij} = 1$, pokud jsou vrcholy i a j spojeny hranou, $A_{ij} = 0$ jinak. Zkuste pomocí matice sousednosti určit následující

- délku nejkratšího cyklu v G ,
- délku nejkratšího lichého cyklu v G ,
- délku nejkratšího sudého cyklu v G .

Úloha 8. Najděte dva souvislé grafy se stejným skóre, které nejsou izomorfní.

Úloha 9. Může existovat graf s následujícím skóre? Pokud ano, najděte jej. Pokud ne, zdůvodněte.

- (1, 1, 2, 2, 2, 3, 4, 4)
- (1, 1, 1, 2, 2, 3, 4, 4, 5, 5)
- (1, 1, 2, 3, 3, 6)
- (3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3)
- (3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3)