

**Úloha 1.** Kolika způsoby je možné rozdělit skupinu  $2n$  lidí do dvojic? Co když se skupina skládá z  $n$  mužů a  $n$  žen a navíc chceme, aby byly dvojice smíšené? [2+1 bod]

**Úloha 2.** Dokažte, že platí:

$$\binom{r}{r} + \binom{r+1}{r} + \cdots + \binom{n-1}{r} + \binom{n}{r} = \binom{n+1}{r+1}.$$

a) matematickou indukcí, [2 body]

b) kombinatorickou úvahou. [3 body]

**Úloha 3.** Uvažte mřížku  $m \times n$ , kde  $m$  a  $n$  značí počet horizontálních a vertikálních čar. V následujících úlohách nejprve odvoďte obecný vzorec a poté určete přesné číslo pro  $m = 11$  a  $n = 21$ , tedy pro mřížku s 200 čtverečky.

a) Kolik existuje obdélníků jejichž strany leží na této mřížce? (Čtverec je speciální případ obdélníku, úsečka nikoliv.) [1 bod]

b) Kolik existuje dvojic disjunktních obdélníků jejichž strany leží na této mřížce? (Uvažte, že jde o uzavřené obdélníky, tedy včetně hranic.) [2 body]