Úloha 1. O uspořádání $\leq$ na množině X řekneme, že je *dobré*, pokud pro libovolnou podmnožinu $M \subseteq X$ platí, že restrikce $\leq$ na M má nejmenší prvek. Dokažte, že každé dobré uspořádání je lineární.

Úloha 2. Ukažte, že každé uspořádání je možné modelovat na systému množin uspořádaných relací $\subseteq$. Formálně: mějme množinu $(X, \leq)$. K ní hledáme množinu množin Y uspořádanou relací $\subseteq$ a bijekci $f : X \to Y$ splňující

$$\forall x_1, x_2 \in X : x_1 \leq x_2, \text{ právě když } f(x_1) \subseteq f(x_2).$$

Úloha 3. Jsou-li $f : X \to Y$ a $g : Y \to X$ funkce takové, že $g(f(x)) = x$ pro každé $x \in X$ a dále $f(g(y)) = y$ pro každé $y \in Y$, potom jsou f i g bijekce. Ukaže, že pouze podmínka $g(f(x)) = x$ nestačí.

Úloha 4. Kolik existuje funkcí z $\{1, ..., a\}$ do $\{1, ..., b\}$?

a) všech

b) prostých

c) bijekcí

d) na pro $a = b + 1$

Úloha 5. Kolik je na n-prvkové množině relací?

a) všech

b) reflexivních

c) symetrických

d) reflexivních a symetrických

e) antisymetrických (silně a slabě)

f) lineárních uspořádání

Úloha 6. Kolika způsoby lze z n rozlišitelných kuliček vybrat uspořádanou k-tici? A kolika neuspořádanou?

Úloha 7. Kolik existuje možností, jak rozmístit n nerozlišitelných kuliček do p rozlišitelných přihrádek? Co když žádná přihrádka nesmí být prázdná? Co když jsou kuličky rozlišitelné?

Úloha 8. Mějme proměnné $x_1, \ldots, x_n \in \mathbb{N}$ a $k \in \mathbb{N}$. Kolik řešení má rovnice $x_1 + \cdots + x_n = k$?

Úloha 9. Kolik existuje rozdělení do dvojic ve skupině $2n$ lidí.

Úloha 10. Dokažte následující identitu

$$\sum_{i=0}^{n} \binom{n}{i} \binom{n}{n-i} = \binom{2n}{n}.$$