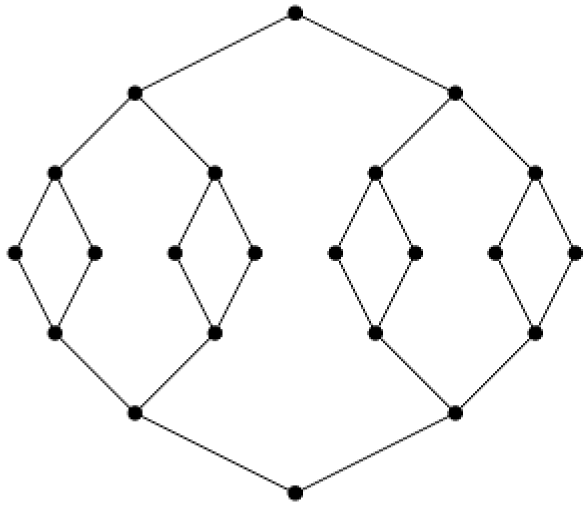
Úloha 1. Dokažte, že pro každou binární relaci M na množině X platí, že relace $T = \bigcup_{n=1}^{\infty} R^n$ je tranzitivní.

Úloha 2. U uspořádání daného následujícím Hasseho diagramem vyznačte nějaký nejdelší řetězec a antiřetězec. U řetězce i antiřetězce zdůvodněte, proč nelze najít delší.



Úloha 3. Dokažte, že pro každé uspořádání $\leq$ na neprázdné konečné množině platí:

a) $\leq$ má minimální prvek,

b) pokud je $\leq$ lineární, tak má nejmenší prvek.

Úloha 4. Nalezněte uspořádání s následujícími vlastnostmi:

a) nemá minimální ani maximální prvek,

b) nemá největší, ale má maximální prvek,

c) nemá největší, ale má právě jeden maximální prvek,

d) má nekonečně mnoho minimálních prvků a jeden maximální.

Úloha 5. O uspořádání $\leq$ na množině X řekneme, že je *dobré*, pokud pro libovolnou podmnožinu $M \subseteq X$ platí, že restrikce $\leq$ na M má nejmenší prvek. Dokažte, že každé dobré uspořádání je lineární.

Úloha 6. Ukažte, že každé uspořádání je možné modelovat na systému množin uspořádaných relací $\subseteq$. Formálně: mějme množinu $(X, \leq)$. K ní hledáme množinu množin Y uspořádanou relací $\subseteq$ a bijekci $f : X \to Y$ splňující

$$\forall x_1, x_2 \in X : x_1 \leq x_2, \text{ právě když } f(x_1) \subseteq f(x_2).$$