Úloha 1. Dokažte, že pokud je číslo $n^2 - n$ liché, potom je $(n+1)^2 - (n+1)$ liché.

Úloha 2. Máme tvrzení $P(n)$ a chceme dokázat jeho platnost pro všechna $n \geq 0$. Jsou následující postupy korektní? Pokud ano, zdůvodněte. Pokud ne, najděte protipříklad.

a) Dokážeme, že $P(n)$ platí pro nekonečně mnoho různých n, a také dokážeme, že pro libovolné n platí $P(n) \Rightarrow P(n-1)$.

b) Dokážeme, že $P(n)$ platí pro nekonečně mnoho různých n, a také dokážeme, že pro libovolné n platí $P(n) \Rightarrow P(n+1)$.

c) Dokážeme $P(0)$, a dále dokážeme, že pro libovolné n platí $P(\lfloor \frac{n}{2} \rfloor) \Rightarrow P(n)$.

d) Dokážeme $P(0)$, a dále dokážeme, že pro libovolné n platí $P(\lceil \frac{n}{2} \rceil) \Rightarrow P(n)$.

Úloha 3. Najděte relaci na $\{1,2,3,4\}$, která je současně symetrická i antisymetrická.

Úloha 4. Najděte relaci na $\{1,2,3,4\}$, která není symetrická ani antisymetrická.

Úloha 5. Jak vypadá relace $R \circ R$, označuje-li R:

a) relaci rovnosti na množině $\mathbb{N}$,

b) relaci $\leq$ na $\mathbb{N}$,

c) relaci $<$ na $\mathbb{N}$,

d) relaci $<$ na $\mathbb{R}$.

Úloha 6. Dokažte, že binární relace R na množině M je tranzitivní právě tehdy, když $R \circ R \subseteq R$.

Úloha 7. Dokažte, že pro každou binární relaci M na množině X platí, že relace $T = \bigcup_{n=1}^{\infty} R^n$ je tranzitivní.

Úloha 8. Najděte relace R, S (na libovolné množině) takové, že $R \circ S \neq S \circ R$.

Úloha 9. Najděte bijekce mezi následujícími množinami:

a) $\mathbb{N}$ a $\mathbb{Z}$,

b) $\mathbb{N}$ a $\mathbb{N}^2$,

c) $\mathbb{N}$ a $\mathbb{Q}$.