

Úloha 1. Dokažte matematickou indukcí následující vztah pro $n \in \mathbb{N}$.

$$\sum_{i=1}^n 6i - 7 = 3n^2 - 4n$$

[1 bod]

Úloha 2. Dokažte, že libovolný obnos o hodnotě větší než 7 lze zaplatit mincemi v hodnotě 3 a 5. [2 body]

Úloha 3. Dokažte, že pro všechna reálná čísla $x \in [-1, \infty)$ a všechna $n \in \mathbb{N}$ platí

$$(1 + x)^n \geq 1 + nx.$$

[3 body]

Úloha 4. Definujme Fibonacciho posloupnost následovně: $F_1 = F_2 = 1, F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$. Dokažte, že pro každé přirozené $n \geq 4$ platí

$$F_n^2 = 2F_{n-1}^2 + 2F_{n-2}^2 - F_{n-3}^2$$

[3 body]