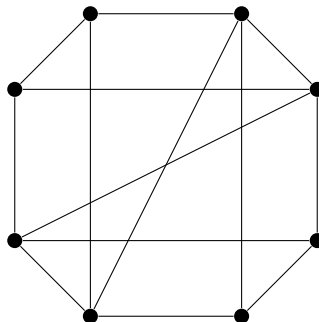


**Úloha 1.** Najděte dvě nakreslení téhož grafu, jejichž duály nejsou isomorfní.

**Úloha 2.** Ukažte, že vrcholy každého rovinného s  $n$  vrcholy lze uspořádat jako  $v_1, \dots, v_n$  tak, že každý vrchol  $v_i$  má nejvýše pět sousedů mezi vrcholy  $v_1, \dots, v_{i-1}$ .

Pozn: necht'  $k \in \mathbb{N}$  je takové, že lze upořádat vrcholy grafu  $G$  jako  $v_1, \dots, v_n$ , aby každý vrchol  $v_i$  nejvýše  $k$ -sousedů mezi vrcholy  $v_1, \dots, v_{i-1}$ . Potom říkáme, že  $G$  je  $k$ -degenerovaný.

**Úloha 3.** Rozhodněte, zda je následující graf rovinný.



**Úloha 4.** Bez použití Kuratowského věty dokažte, že grafy  $K_{3,3}$  a  $K_5$  nejsou rovinné.

**Úloha 5.** S použitím Kuratowského věty dokažte, že Petersenův graf není rovinný.

**Úloha 6.** Dokažte, že neexistuje graf  $G$  s alespoň 11 vrcholy takový, že  $G$  i jeho doplněk  $\overline{G}$  by byly rovinné grafy.

**Úloha 7.** Odvoďte Eulerův vzorec pro nesouvislé grafy.

**Úloha 8.** Dokažte, že každý souvislý eulerovský rovinný graf lze nakreslit do roviny jedním uzavřeným nekřížícím se tahem (tah se může jen „dotýkat“ ve vrcholech).

**Úloha 9.** Uvažte libovolné rovinné nakreslení grafu  $K_n$ . Ukažte, že alespoň  $\frac{1}{5} \binom{n}{4}$  dvojic hran se protíná (mimo své koncové vrcholy). Hint: Využijte nerovinnosti grafu  $K_5$ .