

Úloha 1. Jako Q_n , $n \geq 1$ označíme *hyperkrychli dimenze n* , tj. graf jehož vrcholy jsou všechny posloupnosti nul a jedniček délky n . Dva vrcholy jsou spojené hranou, pokud se příslušné posloupnosti liší pouze v jedné souřadnici.

a) Pro která n obsahuje Q_n uzavřený eulerovský tah? [2 body]

b) Dokažte, že pro každé $n \geq 2$ obsahuje Q_n jako podgraf kružnici, která prochází všemi vrcholy. [4 body]

Úloha 2. Najděte charakterizaci grafů, které obsahují *otevřený* eulerovský tah. To jest, obsahují tah, který obsahuje každou hranu právě jednou (tj. je eulerovský) a jeho koncový vrchol se liší od počátečního vrcholu. [5 bodů]

Úloha 3. Dokažte, že orientovaný graf G je acyklický (tj. nemá orientovaný cyklus), právě když lze jeho vrcholy očíslovat v_1, v_2, \dots, v_n tak, že všechny hrany $(v_i, v_j) \in E(G)$ splňují $i < j$. [5 bodů]