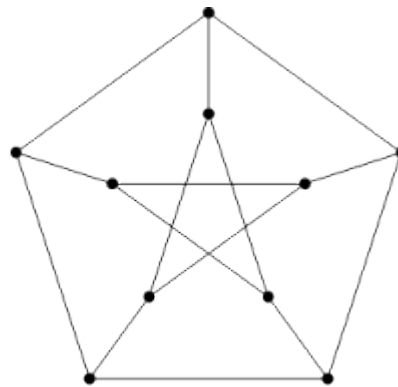
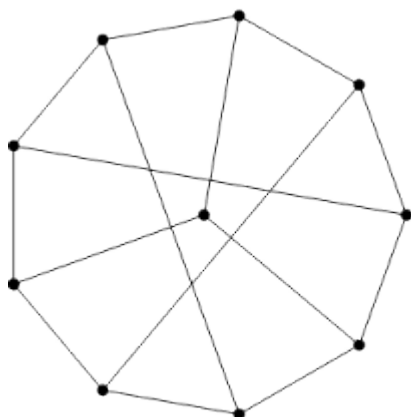
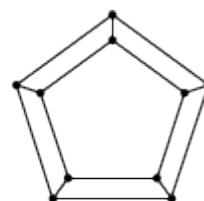
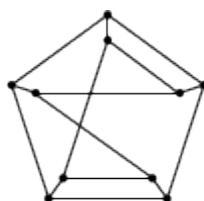
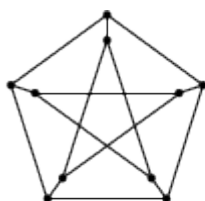


**Úloha 1.** Rozhodněte, zda jsou následující grafy v následujících dvou sadách izomorfní.



<http://matematika.reseneulohy.cz/>



<http://matematika.reseneulohy.cz/>

**Úloha 2.** Najděte příklad grafu, který je izomorfní svému doplňku.

**Úloha 3.** Ukažte, na světě je sudý počet lidí, kteří si potřásli rukou s lichým počtem osob.

**Úloha 4.** Doplněk grafu  $G = (V, E)$  je graf  $\overline{G} = (V, \binom{V}{2} \setminus E)$ . Ukažte, že doplněk nesouvislého grafu musí být souvislý. Platí to i obráceně?

**Úloha 5.** Existuje bipartitní graf s aspoň 5 vrcholy, jehož doplněk je také bipartitní?

**Úloha 6.** Ukažte, že když graf  $G$  obsahuje lichý cyklus jako podgraf, tak potom obsahuje také nějaký lichý cyklus jako indukovaný podgraf.

**Úloha 7.** Najděte dva souvislé grafy se stejným skóre, které nejsou izomorfní.

**Úloha 8.** Uvažte množinu vrcholů  $V = \{1, \dots, n\}$ . Kolik je na této množině různých (byť izomorfních) grafů:

- $K_n$
- $P_n$
- $C_n$
- $K_{k, n-k}$  v závislosti na  $K$
- Grafů v nichž má každý vrchol právě jednoho souseda.

**Úloha 9.** Mějme orientovaný graf, který má všechny výstupní stupně alespoň 1. Ukažte, že pak obsahuje nějaký uzavřený tah.

**Úloha 10.** Dokažte, že graf  $G$  je bipartitní, právě když nemá žádnou lichou kružnici jako podgraf.

**Úloha 11.** Může existovat graf s následujícím skóre? Pokud ano, najděte jej. Pokud ne, zdůvodněte.

- (1, 1, 2, 2, 2, 3, 4, 4)
- (1, 1, 1, 2, 2, 3, 4, 4, 5, 5)
- (1, 1, 2, 3, 3, 6)
- (3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3)
- (3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3)

**Úloha 12.** Ukažte, že každý graf s  $m$  hranami má bipartitní podgraf s alespoň  $m/2$  hranami.