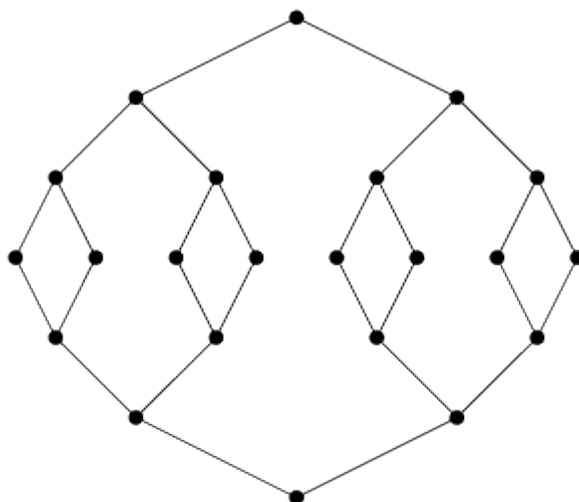


**Úloha 1.** U uspořádání daného následujícím Hasseho diagramem vyznačte nějaký nejdelší řetězec a antiřetězec. U řetězce i antiřetězce zdůvodněte, proč nelze najít delší.



<http://matematika.reseneulohy.cz/>

**Úloha 2.** Dokažte, že pro každé uspořádání  $\leq$  na neprázdné konečné množině platí:

- $\leq$  má minimální prvek,
- pokud je  $\leq$  lineární, tak má nejmenší prvek.

**Úloha 3.** Nalezněte uspořádání s následujícími vlastnostmi:

- nemá minimální ani maximální prvek,
- nemá největší, ale má maximální prvek,
- nemá největší, ale má právě jeden maximální prvek,
- má nekonečně mnoho minimálních prvků a jeden maximální.

**Úloha 4.** O uspořádání  $\leq$  na množině  $X$  řekneme, že je *dobré*, pokud pro libovolnou podmnožinu  $M \subseteq X$  platí, že restrikce  $\leq$  na  $M$  má nejmenší prvek. Dokažte, že každé dobré uspořádání je lineární.

**Úloha 5.** Ukažte, že každé uspořádání je možné modelovat na systému množin uspořádaných relací  $\subseteq$ . Formálně: mějme množinu  $(X, \leq)$ . K ní hledáme množinu množin  $Y$  uspořádanou relací  $\subseteq$  a bijekci  $f : X \rightarrow Y$  splňující

$$\forall x_1, x_2 \in X : x_1 \leq x_2, \text{ právě když } f(x_1) \subseteq f(x_2).$$