

**Úloha 1.** Rozhodněte, zda následující dvojice výroků jsou ekvivalentní. Pokud ne, najděte konkrétní predikáty  $P$  a  $Q$  tak, aby byl jeden výrok pravdivý a druhý nepravdivý.

a)  $\forall x \exists y : P(x, y)$  vs.  $\exists y \forall x : P(x, y)$  [2 body]

b)  $\forall x \forall y : P(x, y)$  vs.  $\forall y \forall x : P(x, y)$  [2 body]

c)  $(\forall x : P(x)) \implies (\forall x : Q(x))$  vs.  $\forall x : (P(x) \implies Q(x))$  [2 body]

Všechny kvantifikace jsou přes množinu přirozených čísel.

**Úloha 2.** Dokažte matematickou indukcí následující vztah pro  $n \in \mathbb{N}$ .

$$\sum_{i=1}^n 6i - 7 = 3n^2 - 4n$$

[2 body]

**Úloha 3.** Dokažte, že libovolný obnos o hodnotě větší než 7 lze zaplatit mincemi v hodnotě 3 a 5. [2 body]

**Úloha 4.** Dokažte, že pro všechna reálná čísla  $x \in [-1, \infty)$  a všechna  $n \in \mathbb{N}$  platí

$$(1 + x)^n \geq 1 + nx.$$

[3 body]