

Lineární algebra II – Domácí úkoly 2

26. 4. 2017

Termín odevzdání: 10. 5. 14:00

1. Odvod'te předpis pro $\begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/4 & 3/4 \end{pmatrix}^k$.

(Motivaci a využití příkladu si ukážeme na cvičení.)

[5 bodů]

2. Nalezněte vlastní čísla a odpovídající vlastní vektory následující matice nad tělesem \mathbb{Z}_5 . Rozhodněte, zda je matice diagonalizovatelná a případně napište její diagonální tvar.

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 4 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

[5 bodů]

3. Najděte Jordanovu normální formu následující matice:

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ -4 & 1 & -2 \\ -4 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

[5 bodů]

4. Buď $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$. Ukažte, že $\text{rank}(A) = \text{rank}(A^2)$ právě tehdy, když geometrická a algebraická násobnost 0 jako vlastního čísla je stejná.

[5 bodů]