Lineární algebra II

26. 4. 2017

Cvičící: Lukáš Folwarczný
Web cvičení: `http://iuuk.mff.cuni.cz/~folwar/`

1. Nechť matice A má následující Jordanovu normální formu:

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 & & & & & & \\ 0 & 4 & 1 & & & & & & \\ 0 & 0 & 4 & & & & & & \\ & & & 4 & 1 & & & & \\ & & & 0 & 4 & & & & \\ & & & & & 3 & 1 & & \\ & & & & & 0 & 3 & & \\ & & & & & & & 2 & \\ & & & & & & & & 2 \end{pmatrix}$$

   Určete vlastní čísla matice A a jejich algebraickou i geometrickou násobnost.

2. V kolika Jordanových buňkách matice $A \in \mathbb{R}^{16\times 16}$ je vlastní číslo 8 za předpokladu, že $\operatorname{rank}(A - 8I_{16}) = 9$?

3. Určete Jordanovu normální formu matice

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -2 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & 6 & -1 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 7 & -2 & -2 \\ 2 & 3 & 1 & 2 & -4 \\ -2 & -2 & -2 & 6 & 11 \end{pmatrix},$$

   víte-li že A má vlastní číslo 5 násobnosti 2 a vlastní číslo 7 násobnosti 3, $\operatorname{rank}(A-5I_5) = 3$ a $\operatorname{rank}(A_5 - 7I_5) = 3$.

4. Určete Jordanovu normální formu následujících matic:

$$\text{(a)} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{(b)} \begin{pmatrix} -1 & 3 & 0 & 0 \\ -3 & 5 & 0 & 0 \\ 2 & -2 & 3 & -1 \\ 3 & 4 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{(c)} \begin{pmatrix} 1 & \dots & \dots & 1 \\ 0 & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 1 \end{pmatrix}$$