Lineární algebra I

10. 1. 2017

Cvičící: Lukáš Folwarczný
Web cvičení: `http://iuuk.mff.cuni.cz/~folwar/`

1. Zformulujte a dokažte Steinitzovu větu o výměně.
2. Buď $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$. Dokažte: Je-li A regulární, pak k ní existuje inverzní matice, a je určená jednoznačně. Naopak, existuje-li k A inverzní, pak A musí být regulární.
3. Zformulujte a dokažte větu o tom, že lineární obal množiny se rovná množině všech lineárních kombinací vektorů z dané množiny.
4. Dokaže, že pro podprostory U, V vektorového prostoru W platí:
$$U + V = \operatorname{span}(U \cup V)$$
5. Dokaže, že pro podprostory U, V konečně generovaného vektorového prostoru W platí:
$$\dim(U + V) + \dim(U \cap V) = \dim U + \dim V$$
6. Dokažte, že pro každou matici $A \in \mathbb{T}^{m \times n}$ platí:
$$\dim \operatorname{Ker}(A) + \operatorname{rank}(A) = n$$
7. Zformulujte a dokažte větu charakterizující to, kdy je lineární zobrazení prosté.