Lineární algebra I

6. 12. 2016

Cvičící: Lukáš Folwarczný
Web cvičení: `http://iuuk.mff.cuni.cz/~folwar/`

1. Rozhodněte, zda následující tvoří podprostor $\mathbb{R}^2$:
   (a) $\{(s+t, 1) \mid s, t \in \mathbb{R}\}$
   (b) $\{(s-t, 2t) \mid s, t \in \mathbb{R}\}$
   (c) $\{(s, 5s) \mid s \in \mathbb{R}\}$
   (d) $\{(s, t) \mid |s| = |t|\}$

2. Rozhodněte, zda následující tvoří podprostor prostoru reálných posloupností $\mathbb{R}^\infty$:
   (a) posloupnosti s nekonečně mnoha nulami
   (b) posloupnosti s konečně mnoha nenulami
   (c) rostoucí posloupnosti
   (d) konvergentní posloupnosti
   (e) aritmetické posloupnosti ($x_i - x_{i-1} =$konst.)
   (f) fibonacciovské posloupnosti $x_{i+1} = x_i + x_{i-1}$

3. Zjistěte, zda jsou vektory lineárně nezávislé:
   (a) $(2,3,-5), (1,-1,1), (3,2,-2)$
   (b) $(2,0,3), (1,-1,1), (0,2,1)$

4. Rozhodněte, zda vektory $(1,2,1)$, $(2,5,1)$, $(3,2,1)$ tvoří bázi prostoru $\mathbb{R}^3$ nad $\mathbb{R}$, a pokud ano, najděte souřadnice vektoru $v = (5,1,2)$ vzhledem k této bázi.

5. Doplňte množinu M na bázi vektorového prostoru V.
   (a) $M = \{(1,2,0,0)^T, (2,1,1,3)^T, (0,1,0,1)^T\}$, $V = \mathbb{R}^4$
   (b) $M = \{-x^2, x+x^2, x^3-1\}$, V je prostor reálných polynomů stupně nejvýše 3
   (c) $M = \{\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}\}$, $V = \mathbb{R}^{2\times 2}$