Lineární algebra I

29. 11. 2016

Cvičící: Lukáš Folwarczný
Web cvičení: `http://iuuk.mff.cuni.cz/~folwar/`

1. Invertujte matici $\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ nad $\mathbb{Z}_7$ a nad $\mathbb{Z}_{11}$.

2. Dokažte, že ve vektorovém prostoru V nad T platí:

   (a) $\forall v \in V : 0v = o$

   (b) $\forall \alpha \in T : \alpha o = o$

   (c) $\forall v \in V\ \forall \alpha \in T : \alpha v = 0$ implikuje, že $\alpha = 0$ nebo $v = 0$

   (d) $\forall v \in V : (-1)v = -v$

3. Rozhodněte, které z následujících struktur jsou vektorové prostory:

   (a) $\mathbb{R}^n$ nad $\mathbb{R}$ s operacemi $x \oplus y = x + y$, $\alpha \odot x = -\alpha \cdot x$

   (b) $\mathbb{R}^n$ nad $\mathbb{R}$ s operacemi $x \oplus y = x + y$, $\alpha \odot x = |\alpha| \cdot x$

   (c) 2^M nad tělesem $\mathbb{Z}_2$, kde M je daná množina, součet množin $A, B \subseteq M$ je definován $A + B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$ a násobek množiny jako $0A = \emptyset$ a $1A = A$

   (d) Kladná reálná čísla $\mathbb{R}^+$ nad $\mathbb{R}$, je-li $x \oplus y = xy$ a $\alpha \odot x = x^\alpha$

   (e) $U \times V$ nad $\mathbb{T}$, kde U, V jsou vektorové prostory nad $\mathbb{T}$, sčítání a násobky jsou definovány po složkách

   (f) Množina všech zobrazení $f : M \to V$ nad tělesem $\mathbb{T}$, kde M je daná množina a V vektorový prostor nad $\mathbb{T}$