

# Lineární algebra I

22. 11. 2016

Cvičící: Lukáš Folwarczný

Web cvičení: <http://iuuk.mff.cuni.cz/~folwar/>

1. Rozhodněte, které z následujících struktur jsou grupy:

- (a)  $(2\mathbb{Z}, +)$
- (b)  $(\mathbb{Z}, -)$
- (c)  $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, \circ)$ , kde  $a \circ b = |ab|$
- (d)  $(\mathbb{Q}, \circ)$ , kde  $a \circ b$  značí aritmetický průměr  $a$  a  $b$
- (e) množina reálných funkcí  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  se sčítáním
- (f) množina otočení  $\mathbb{R}^2$  podle počátku se skládáním
- (g) množina  $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & z \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \mid z \in \mathbb{Z} \right\}$  s maticovým násobením

2. Dokažte, že v grupě  $(G, \circ)$  platí následující vlastnosti:

- (a)  $a \circ c = b \circ c$  implikuje  $a = c$  (tzv. krácení)
- (b) neutrální prvek  $e$  je určen jednoznačně
- (c) pro každé  $a \in G$  je jeho inverzní prvek určen jednoznačně
- (d)  $(a^{-1})^{-1} = a$
- (e)  $(a \circ b)^{-1} = b^{-1} \circ a^{-1}$

3. Spočítejte  $4 + 4, 3 \cdot 2, 2 - 3, 4^{-1}, 3/4$  v tělese  $\mathbb{Z}_5$ .

4. Spočítejte  $2^{2016}$  v  $\mathbb{Z}_5$ .

5. Vyřešte soustavu nad  $\mathbb{Z}_3$ :

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \end{array} \right)$$