Lineární algebra I

1. 11. 2016

Cvičící: Lukáš Folwarczný
Web cvičení: `http://iuuk.mff.cuni.cz/~folwar/`

1. Vzhledem k parametru a řešte následující soustavy rovnic:

$$\left(\begin{array}{cc|c} a & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 \end{array}\right), \quad \left(\begin{array}{cccc|c} a & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & a & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & a & 1 \end{array}\right)$$

2. Buď

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 5 & -2 \\ 2 & 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}.$$

   Spočítejte (kdykoliv má výraz smysl):

$$(A + 4B) + C, \quad (A + B)^T \cdot 2C, \quad (B \cdot C) \cdot A^T, \quad (B \cdot 3A^T) + C, \quad C \cdot (B^T - (\pi A)^T).$$

3. Dokažte $(AB)^T = B^T A^T$.

4. Najděte dvě čtvercové matice A, B stejného typu, které spolu nekomutují, tj. $AB \neq BA$. (Stačí vzít nějaké 2×2 matice jen s nulami a jedničkami.)

5. Čemu odpovídají prvky matice $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}^n$?

6. Najděte všechny matice $A \in \mathbb{R}^{2\times 2}$ takové, že:
   (a) $A^2 = 0$.
   (b) $A^2 = I_2$.