

Lineární algebra I

18. 10. 2016

Cvičící: Lukáš Folwarczný

Web cvičení: <http://iuuk.mff.cuni.cz/~folwar/>

1. Uvažujme elementární řádkové operace

- (a) vynásobení i -tého řádku číslem $\alpha \neq 0$,
- (b) přičtení j -tého řádku k i -tému,
- (c) přičtení α -násobku j -tého řádku k i -tému, $i \neq j$,
- (d) výměna i -tého a j -tého řádku.

Vysvětlete, jak lze realizovat poslední řádkovou úpravu pomocí prvních dvou.

2. Kolik existuje různých REF tvarů (typově bez konkrétních čísel) pro matice 3×4 ?

3. Vyřešte první soustavu pomocí Gaussovy eliminace a druhou pomocí Gauss-Jordanovy eliminace:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 7 \\ 1 & -3 & 2 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{array} \right), \quad \left(\begin{array}{ccc|c} -3 & 2 & 2 & 7 \\ 3 & 2 & -1 & 4 \\ 1 & 6 & -4 & 1 \end{array} \right)$$

4. Řešte soustavy rovnic $Ax = 0$, $Ax = b_1$, $Ax = b_2$, kde

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 1 & 3 \\ 3 & 6 & 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad b_1 := \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix}, \quad b_2 := \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix}.$$

Snažte se být „líní“ (ale chytře!) a použijte Gaussovku co nejméně krát.

5. Vyřešte soustavy lineárních rovnic $n \times n$:

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ -1 & 1 & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 & \vdots \\ -1 & \dots & -1 & 1 & 1 \end{array} \right), \quad \left(\begin{array}{cccc|c} 2 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 1 \\ 0 & \dots & 0 & 1 & 2 \end{array} \begin{array}{c} 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \\ (-1)^{n+1}(n+1) \end{array} \right)$$

6. Vzhledem k parametru a řešte následující soustavu rovnic:

$$\left(\begin{array}{cccc|c} a & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & a & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & a & 1 \end{array} \right)$$