

2. Písemka z Matematických dovedností (2.11.2010) + Řešení

1. Obměňte následující implikace (tj. tvrzení " $A \Rightarrow B$ " přepište na " $\neg B \Rightarrow \neg A$ ")

(a) Pokud je dnes pondělí, budeme psát písemku.

Řešení: Pokud nebudeme psát písemku, pak dnes není pondělí.

(b) Jestliže chodím na přednášku z analýzy a chodím na přednášku z diskretní matematiky, potom se přednáška z analýzy a přednáška z diskretní matematiky nekonají ve stejný čas.

Řešení: Pokud se přednáška z analýzy a přednáška z diskretní matematiky konají ve stejný čas, pak na alespoň jednu z nich nechodím.

(c) $(\forall x \in \mathbb{N} \exists y \in \mathbb{N} y = x + 1) \Rightarrow (\exists y \in \mathbb{N} \forall x \in \mathbb{N} y = x + 1)$

Řešení: $(\forall y \in \mathbb{N} \exists x \in \mathbb{N} y \neq x + 1) \Rightarrow (\exists x \in \mathbb{N} \forall y \in \mathbb{N} y \neq x + 1)$

2. Zvolte množiny, přes které se kvantifikuje, a dosadte predikáty "ze života" tak, aby tvrzení $(\exists y R(y)) \wedge (\exists y S(y))$ platilo, ale tvrzení $\exists y (R(y) \wedge S(y))$ neplatilo.

Drobná oprava: Zvolte množinu, přes kterou ...

Řešení: Množina je množina všech lidí. Predikát $R(y)$ je "y je muž" a $S(y)$ je "y je žena".

3. Převed'te do prenexního tvaru

$$((\forall x \in \mathbb{R})(x \geq 0 \Rightarrow x \geq (-x))) \Rightarrow \neg((\exists x \in \mathbb{R})(x < 0 \ \& \ x > (-x)))$$

Řešení: x ze druhé závorky přejmenujeme na y , negaci dostaneme dovnitř závorky, aplikujeme pravidla a vyjde: $(\exists x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R})(x \geq 0 \Rightarrow x \geq -x) \Rightarrow (y \geq 0 \vee y \leq -y)$

V zadání jsem zapomněl závorku kolem části nalevo od "hlavní" implikace, což sice nemělo vliv, protože kvantifikátory mají před logickými spojkami přednost. Na semináři jsem to ale nezmínil, takže jsem uznal i řešení s $\forall x$ na začátku.