6) Důkaz přímý.

1. Může pomoci si dokazované tvrzení napsat formálně pomocí predikátové logiky.
2. Často vyjde něco jako: $KxKyKz : A(x, y, z) \Rightarrow Z(x, y, z)$, kde
   (a) K je kvantifikátor (ne nutně vždy ten samý) a A a Z jsou predikáty (A je konjunkce předpokladů, tj. něco jako A_1 & A_2 & ... & A_k a Z je důsledek)
   (b) Postup pak ideálně je uhodnout hodnoty proměnných, které mají existenční kvantifikátor a dokázat implikace $\forall x(A \Rightarrow B)$, $\forall x(B \Rightarrow C) \ldots \forall x(Y \Rightarrow Z)$.
   (c) Typicky bývá potřeba občas přidat nějaké tvrzení, které zřejmě platí, např. $\forall x(2|x \vee 2|(x + 1))$. Tomu odpovídá krok $\forall x(D \Rightarrow D \;\&\; T)$, kde T je tvrzení platné pro každé x.
   (d) Předpoklady (A) někdy chybí, to ale na postupu nic nemění.
   (e) Popsanému postupu se říká důkaz přímý, ale v praxi se nedělá takto podrobně a formálně.

Dokažte:

1. Součet třetích mocnin tří po sobě jdoucích přirozených čísel je dělitelný třemi.
2. Každé liché číslo je rozdíl dvou čtverců.
3. Pokud a dělí b a b dělí c, pak a dělí $b + c$.
4. Číslo $10^{3n} + 1$ je složené (tj. není to prvočíslo) pro každé přirozené $n > 0$.
5. Pro každé $n \in \mathbb{N}$ jsou následující tvrzení ekvivalentní:
   (a) n je sudé
   (b) $n + 1$ je liché
   (c) $(n + 1)^3$ je liché
6. Pro funkci $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ a posloupnost $(a_n)_{n=0}^{\infty}$ platí, že pokud f je spojitá v $x = 0$, $\lim_{x\to 0} f(x) = 10$ a $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$, pak $\lim_{n\to\infty} f(a_n) = 0$.