

2) Negace

Rest z minula (něco se bude hodit i dnes) — několik pravidel pro přepisování výroků

$\neg(A \vee B)$	$\neg A \& \neg B$
$\neg(A \& B)$	$\neg A \vee \neg B$
$\neg(A \Rightarrow B)$	$A \& \neg B$
$\neg(A \Leftrightarrow B)$	$A \Leftrightarrow \neg B$
$\neg(\forall x : F(x))$	$\exists x : \neg F(x)$ ($F(x)$ je formule s proměnnou x)
$\neg(\exists x : F(x))$	$\forall x : \neg F(x)$
$(A \vee B) \& C$	$(A \& C) \vee (B \& C)$
$(A \& B) \vee C$	$(A \vee C) \& (B \vee C)$
$A \vee B$	$\neg A \Rightarrow B$
$A \& B$	$\neg(A \Rightarrow \neg B)$
$\neg A$	$(A \S A)$
$A \& B$	$\neg(A \S B)$

Úlohy

1. Negujte.

- $A \vee \neg A$
- $A \vee B \vee \neg C$
- $(D \& \neg E) \Rightarrow (B \vee E)$
- $A \Rightarrow (A \Rightarrow A)$
- $(\neg B \& C) \& (\neg C \vee (A \Rightarrow B))$
- $(A \& \neg B \& C) \Rightarrow X$
- $A \vee (\neg D \& \neg C) \vee \neg(X \& Y)$
- $\forall x \exists y (R(x) \& P(x, y))$
- $\forall w \forall z (Q(z) \Rightarrow \exists t R(w, z, t))$
- $(\exists x P(x)) \& (\exists y P(y))$
- $(\forall y \forall x \neg P(x, y)) \Rightarrow (\exists w (Z(w) \Rightarrow W(w)))$
- $A \Rightarrow (B \& (\neg C \Rightarrow \neg D))$
- $\forall x \in A \exists y \in B (x > 4 \& y > 3) \vee (x < 2)$
- $\forall y (P(y) \& \exists x P(x))$
- Každý člověk má žlutý deštník nebo má modrý deštník.
- Jestliže nemám u sebe peníze, nemůžu do hospody.
- Právě dva lidé v této učebně mají aspoň dva bratry.
- Jsem připraven psát písemku, pokud mám papír a pokud mám tužku.
- Brno je hlavní město ČR, právě když Ostrava má aspoň 100 000 obyvatel.
- V této učebně jsou právě dvě barevné křídly.
- Právě deset cukráren v Praze nabízí více než dvacet druhů zákusků.
- Pokud nepůjdu volit, nic se nestane.
- Existuje člověk, který nemá doma žádnou desku od Beatles.
- Žádný učený z nebe nespádl.
- Komu se nelení, tomu se zelení.
- Měla babka čtyři jabka a dědoušek jen dvě.

2. Najděte všechny dvojice tvrzení, které jsou vůči sobě negacemi

- (a) Číslo n je násobkem 1000 právě tehdy, když existuje dělitel čísla n , který je sudý a je větší než 100.
- (b) Pokud n není násobkem 1000, pak každý sudý dělitel n je menší nebo roven 100.
- (c) Neexistuje lichý dělitel čísla n větší než 100 právě tehdy, když n je násobkem 1000.
- (d) Číslo n nemá sudého dělitele většího než 100 právě tehdy, když n je násobkem 1000.
- (e) Každý lichý dělitel čísla n je menší nebo roven 100 právě tehdy, když n není násobkem 1000.
- (f) Číslo n není násobkem 1000 a n má sudého dělitele většího než 100.

Řešení: Tvrzení si můžeme přepsat pomocí predikátů $N(n)$ (n je násobek 1000), $S(n)$ (n má sudého dělitele většího než 100) a $L(n)$ (n má lichého dělitele většího než 100):

- (a) $N(n) \Leftrightarrow S(n)$
- (b) $\neg N(n) \Rightarrow \neg S(n)$
- (c) $\neg L(n) \Leftrightarrow N(n)$
- (d) $\neg S(n) \Leftrightarrow N(n)$
- (e) $\neg L(n) \Leftrightarrow \neg N(n)$
- (f) $\neg N(n) \& S(n)$

Hledané dvojice jsou tedy ((a),(d)), ((b),(f)) a ((c),(e)).