10. Písemka z LA I - 11.12.2012 Varianta A

1. Pro každý z prostorů $\mathbb{R}^4$ a $\mathbb{Z}_3^4$ určete, zdali je v nich následující množina vektorů nezávislá. V těch prostorech, kde nejsou, najděte **všechny** lineární kombinace těchto vektorů, jejichž výsledkem je nulový vektor. $X = \{(2,2,0,2)^T, (2,0,2,0)^T, (2,0,0,1)^T, (1,2,1,1)^T\}$. **[3]**

2. Uvažujme trojici vektorů $V = \{(1,0,0)^T, (1,1,0)^T, (2,1,2)^T\}$ v $\mathbb{Z}_7^3$. Dokažte, že vektory V jsou lineárně nezávislé. Dále najděte vektor $u \in \mathbb{Z}_7^3$ tak, aby každá trojice ze čtveřice vektorů $V \cup \{u\}$ byla lineárně nezávislá. Toto také dokažte. **[3]**

   Bonus: Najděte větší než jednoprvkovou množinu $U \subset \mathbb{Z}_7^3$ tak, aby každá trojice z $V \cup U$ byla lineárně nezávislá, což také dokažte. (Hodnocení: $|U| - 1$ bodů navíc.)

---

10. Písemka z LA I - 11.12.2012 Varianta B

1. Pro každý z prostorů $\mathbb{R}^4$ a $\mathbb{Z}_3^4$ určete, zdali je v nich následující množina vektorů nezávislá. V těch prostorech, kde nejsou, najděte **všechny** lineární kombinace těchto vektorů, jejichž výsledkem je nulový vektor. $X = \{(0,1,2,1)^T, (1,2,0,0)^T, (1,1,2,0)^T, (1,2,1,1)^T\}$. **[3]**

2. Uvažujme trojici vektorů $V = \{(0,0,1)^T, (1,0,1)^T, (1,3,3)^T\}$ v $\mathbb{Z}_7^3$. Dokažte, že vektory V jsou lineárně nezávislé. Dále najděte vektor $u \in \mathbb{Z}_7^3$ tak, aby každá trojice ze čtveřice vektorů $V \cup \{u\}$ byla lineárně nezávislá. Toto také dokažte. **[3]**

   Bonus: Najděte větší než jednoprvkovou množinu $U \subset \mathbb{Z}_7^3$ tak, aby každá trojice z $V \cup U$ byla lineárně nezávislá, což také dokažte. (Hodnocení: $|U| - 1$ bodů navíc.)