

9. Písemka z LA II - 26.4.2013

Varianta A

1. Necht' $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 4 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

- (a) Určete **vlastní čísla** matice A a ke každému vlastnímu číslu určete alespoň jeden příslušný **vlastní vektor** nad tělesem $\mathbb{R}$. [2]
- (b) **Diagonalizujte** matici A . Napište A jako součin matic SDS^{-1} , kde D má na diagonále vlastní čísla matice A a jinde nuly a pro každé i je i -tým sloupcem matice S libovolný vlastní vektor A příslušný vlastnímu číslu napsanému na pozici $D_{i,i}$. [2]
- (c) Najděte alespoň **čtyři různé odmocniny** z A , tedy matice $B_1, \dots, B_4$, kde pro každé i , $B_i^2 = A$. Matice považujeme za různé, pokud se liší na alespoň jedné pozici. (Nejdříve najděte čtyři různé odmocniny D a pro každou z nich spočítejte $S\sqrt{D}S^{-1}$.) [2]

9. Písemka z LA II - 26.4.2013

Varianta B

1. Necht' $A = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 6 & -5 & 1 \end{pmatrix}$

- (a) Určete **vlastní čísla** matice A a ke každému vlastnímu číslu určete alespoň jeden příslušný **vlastní vektor** nad tělesem $\mathbb{R}$. [2]
- (b) **Diagonalizujte** matici A . Napište A jako součin matic SDS^{-1} , kde D má na diagonále vlastní čísla matice A a jinde nuly a pro každé i je i -tým sloupcem matice S libovolný vlastní vektor A příslušný vlastnímu číslu napsanému na pozici $D_{i,i}$. [2]
- (c) Najděte alespoň **čtyři různé odmocniny** z A , tedy matice $B_1, \dots, B_4$, kde pro každé i , $B_i^2 = A$. Matice považujeme za různé, pokud se liší na alespoň jedné pozici. (Nejdříve najděte čtyři různé odmocniny D a pro každou z nich spočítejte $S\sqrt{D}S^{-1}$.) [2]