

# Domácí úkoly z Kombinatoriky a grafů

## 7. série

Termín odevzdání: 16.4.2008

1. Dokažte, že každý hamiltonovský graf na  $n \geq 3$  vrcholech je vrcholově 2-souvislý a má alespoň  $n$  koster. [2 body]
2. Pro každé liché prvočíslo  $p$  dokažte, že  $K_p$  (úplný graf na  $p$  vrcholech) obsahuje  $\frac{p-1}{2}$  hranově disjunktních hamiltonovských kružnic. [2 body]
3. Pro každé liché  $n \geq 3$  najděte graf  $G_n$  na  $n$  vrcholech, jehož každý vrchol má stupeň alespoň  $\frac{n-1}{2}$  a přitom  $G_n$  neobsahuje hamiltonovskou kružnici. [3 body]
4. Nechť  $G$  je orientace úplného grafu na  $n \geq 2$  vrcholech (tj. každou hranu  $K_n$  zorientujeme buď jedním nebo druhým směrem). Dokažte, že  $G$  obsahuje orientovanou hamiltonovskou cestu (tj. ham. cestu, která jde po směru šipek). [4 body]

---

# Domácí úkoly z Kombinatoriky a grafů

## 7. série

Termín odevzdání: 16.4.2008

1. Dokažte, že každý hamiltonovský graf na  $n \geq 3$  vrcholech je vrcholově 2-souvislý a má alespoň  $n$  koster. [2 body]
2. Pro každé liché prvočíslo  $p$  dokažte, že  $K_p$  (úplný graf na  $p$  vrcholech) obsahuje  $\frac{p-1}{2}$  hranově disjunktních hamiltonovských kružnic. [2 body]
3. Pro každé liché  $n \geq 3$  najděte graf  $G_n$  na  $n$  vrcholech, jehož každý vrchol má stupeň alespoň  $\frac{n-1}{2}$  a přitom  $G_n$  neobsahuje hamiltonovskou kružnici. [3 body]
4. Nechť  $G$  je orientace úplného grafu na  $n \geq 2$  vrcholech (tj. každou hranu  $K_n$  zorientujeme buď jedním nebo druhým směrem). Dokažte, že  $G$  obsahuje orientovanou hamiltonovskou cestu (tj. ham. cestu, která jde po směru šipek). [4 body]