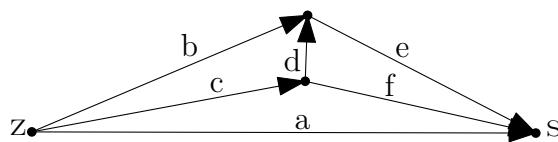


# Domácí úkoly z Kombinatoriky a grafů

## 10. série

Termín odevzdání: Neomezený

- Uvažujme graf  $d$ -dimenzionální hyperkrychle ( $d \geq 1$ ). To je graf, jehož vrcholy jsou posloupnosti nul a jedniček délky  $d$  a dva vrcholy jsou spojeny, právě když se jejich posloupnosti liší v jediné souřadnici. Každou hranu zorientujeme do vrcholu s vyšším počtem jedniček a přidělíme jí jednotkovou kapacitu. Najděte maximální tok ze zdroje  $z = (0, 0, 0, \dots, 0)$  do stoku  $s = (1, 1, 1, \dots, 1)$ . [2 body]
- Modifikujte Ford-Fulkersonův algoritmus tak, aby fungoval pro orientované grafy s omezeními na kapacity vrcholů namísto hran. (Podmínka tedy je, že tok vstupující a tok vystupující z vrcholu  $u$  musí být nejvýše rovny zadanému  $c(u)$ ). [3 body]
- Dokažte, že pro všechny možné hodnoty kapacit  $a, b, c, d, e, f$  se Ford-Fulkersonův algoritmus na následujícím grafu vždy zastaví. (Zlepšující cestu, která se použije, si nevybíráte - v každé iteraci musíte vzít v úvahu všechny možnosti výběru zlepšující cesty). [4 body]



---

# Domácí úkoly z Kombinatoriky a grafů

## 10. série

Termín odevzdání: Neomezený

- Uvažujme graf  $d$ -dimenzionální hyperkrychle ( $d \geq 1$ ). To je graf, jehož vrcholy jsou posloupnosti nul a jedniček délky  $d$  a dva vrcholy jsou spojeny, právě když se jejich posloupnosti liší v jediné souřadnici. Každou hranu zorientujeme do vrcholu s vyšším počtem jedniček a přidělíme jí jednotkovou kapacitu. Najděte maximální tok ze zdroje  $z = (0, 0, 0, \dots, 0)$  do stoku  $s = (1, 1, 1, \dots, 1)$ . [2 body]
- Modifikujte Ford-Fulkersonův algoritmus tak, aby fungoval pro orientované grafy s omezeními na kapacity vrcholů namísto hran. (Podmínka tedy je, že tok vstupující a tok vystupující z vrcholu  $u$  musí být nejvýše rovny zadanému  $c(u)$ ). [3 body]
- Dokažte, že pro všechny možné hodnoty kapacit  $a, b, c, d, e, f$  se Ford-Fulkersonův algoritmus na následujícím grafu vždy zastaví. (Zlepšující cestu, která se použije, si nevybíráte - v každé iteraci musíte vzít v úvahu všechny možnosti výběru zlepšující cesty). [4 body]

