

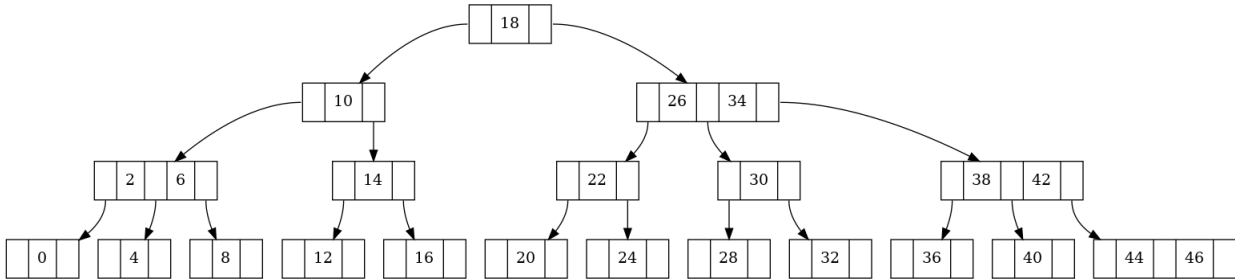
4. cvičení

Datové struktury I, 23. 10. 2025

<https://iuuk.mff.cuni.cz/~chmel/2526/ds1/>

Úloha 1 ((a, b) -stromy na vlastní kůži)

Na obrázku máte $(2, 3)$ -strom. Proveďte na něm následující operace (vždy jenom jednu, a poté začněte s novým stromem): INSERT(7), INSERT(48), DELETE(44), DELETE(40), DELETE(32), DELETE(30), DELETE(16).



Úloha 2 (Správná volba parametrů)

Z přednášky víme, že libovolná posloupnost m operací INSERT a DELETE na $(a, 2a)$ -strom celkem změní jenom $\mathcal{O}(m)$ vrcholů (když začínáme s prázdným stromem). Ukažte, že toto neplatí pro $(a, 2a - 1)$ -stromy, tedy pro libovolné m, n navrhnete posloupnost m operací na stromě s $\Theta(n)$ vrcholy, která celkem změní $\Omega(m \log n)$ vrcholů.

Můžete začít s $(2, 3)$ -stromy, a potom zobecnit pro libovolné a . Zároveň můžete začít s libovolným (validním) n -vrcholovým stromem, a až na konci ukázat, že jej opravdu lze vyrobit z prázdného stromu.

Úloha 3 (Lepší zaplnění)

Zkuste upravit (a, b) -strom a jeho operace INSERT, DELETE tak, abychom mohli mít všechny vrcholy trochu plnější – konkrétně tak, abychom měli $(\frac{2}{3}b, b)$ -strom.

Úloha 4 ((a, b) -JOIN)

Navrhnete operaci JOIN pro (a, b) -stromy: máte tedy dva stromy T_1, T_2 s tím, že všechny klíče v T_1 jsou menší než v T_2 , a cílem operace je spojit dva stromy do jednoho. Pozor na to, že stromy mohou být různě vysoké. (Pro analýzu SPLITu se může hodit analyzovat složitost přesněji než jen $\mathcal{O}(\log n)$.) Také se můžete (stejně jako poté u SPLITu) omezit na $(a, 2a)$ -stromy.

Bonusové úlohy

Úloha 5 ((a, b) -SPLIT)

Navrhnete operaci SPLIT: máte tedy (a, b) -strom T a klíč k , a chcete T rozdělit na dva stromy tak, že je v jednom je vše menší než k a ve druhém je zbytek. Chceme, aby tato operace běžela v čase $\mathcal{O}(\log n)$.