

2. cvičení

Datové struktury I, 9. 10. 2025

<https://iuuk.mff.cuni.cz/~chmel/2526/ds1/>

Úloha 1 (Perfectly balanced, as all things should be)

Navrhnete algoritmus, který ze seřazeného pole v lineárním čase vytvoří perfektně vyvážený BVS. (Tedy pro každý vrchol musí platit, že počet vrcholů v levém podstromu se od počtu vrcholů v pravém podstromu smí lišit maximálně o 1.)

Úloha 2 (Líně vyvažované stromy)

Připomeňte si, jak fungují líně vyvažované BVS a jakým potenciálem se analyzují.

- a) Jak dlouho může trvat provedení k operací provedených na libovolném $\text{BB}[\alpha]$ stromu s n vrcholy?
- b) Proč je v definici potenciálu výjimka pro rozdíl 1, tedy co by se pokazilo, kdybychom ji neudělali?

Úloha 3 (Hloubka splay stromů nemusí být vždy logaritmická)

Navrhnete posloupnost operací, která vytvoří splay strom s lineární hloubkou a to jak pro naivní splay tak pro správný splay.

Úloha 4 (Naivita se ne vždy vyplácí)

Co se pokazí, když operaci SPLAY implementujeme naivně, tedy jen pomocí jednoduchých rotací jedné hrany? (Tedy implementace naivního SPLAY je „dokud x není kořen, $\text{Rotate}(x)$ “.)

Úloha 5 (Splay stromy mají potenciál)

Ujistěte se, že chápete, jak je definovaný potenciál ve splay stromech a že rozumíte hlavním myšlenkám analýzy amortizované složitosti splaye.

- a) Jak je definován potenciál splay stromu?
- b) Jaký je potenciál perfektně vyváženého stromu? (Stačí nám rozumný horní a dolní odhad, pro jednoduchost předpokládejte $n = 2^k - 1$.)
- c) Jaký je potenciál cesty? (Opět stačí rozumné odhady.)
- d) Jaká je amortizovaná cena rotace (dvojitě a jednoduše)?
- e) Jaká je amortizovaná cena celého splaye a jak plyne z amortizovaných cen rotace?
- f) Jaká je *reálná* cena celého splaye (a v jakých jednotkách ji vlastně počítáme)?

Bonusové úlohy

Úloha 6 (Potenciál pro následníka)

Na prvním cvičení jsme si ukázali, že použití $n - 1$ operací následníka na libovolném BVS, když začneme ve vrcholu s nejmenším klíčem, má složitost $\mathcal{O}(n)$. Jak to můžeme dokázat pomocí potenciálu?

Úloha 7 (Pro fajnšmekry)

Proveďte přestavění BVS na perfektně vyvážený BVS v lineárním čase *a s konstantní pamětí*.