

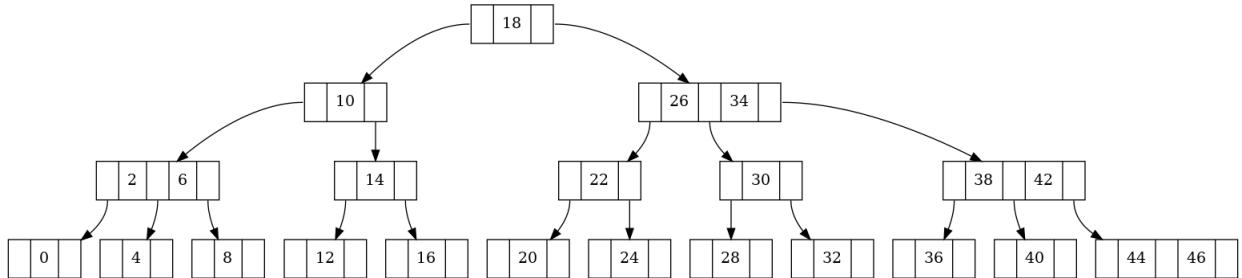
## 5. cvičení

Datové struktury I, 30. 10. 2023

<https://iuuk.mff.cuni.cz/~chmel/2324/ds1/>

### Úloha 1 (( $a, b$ )-stromy na vlastní kůži)

Na obrázku máte  $(2, 3)$ -strom. Proveďte na něm následující operace (vždy jenom jednu, a poté začněte s novým stromem): INSERT(7), INSERT(48), DELETE(44), DELETE(40), DELETE(32), DELETE(30), DELETE(16).



### Úloha 2 (Správná volba parametrů)

Z přednášky víme, že libovolná posloupnost  $m$  insertů a deletů na  $(a, 2a)$ -strom celkem změní jenom  $\mathcal{O}(m)$  vrcholů (když začínáme s prázdným stromem). Ukažte, že toto neplatí pro  $(a, 2a - 1)$ -stromy, tedy pro libovolné  $m, n$  navrhněte posloupnost  $m$  operací na stromě s  $\Theta(n)$  vrcholy, která celkem změní  $\Omega(m \log n)$  vrcholů. Můžete začít s  $(2, 3)$ -stromy, a potom zobecnit pro libovolné  $a$ . Zároveň můžete začít s libovolným (validním)  $n$ -vrcholovým stromem, a až na konci ukázat, že jej opravdu vyrobit z prázdného stromu.

### Úloha 3 (Lepší zaplnění)

Zkuste upravit  $(a, b)$ -strom a jeho operace INSERT, DELETE tak, abyhom mohli mít všechny vrcholy trochu plnější – konkrétně tak, abyhom měli  $(\frac{2}{3}b, b)$ -strom.

---

### Bonusové úlohy

#### Úloha 4 (Join)

Navrhněte operaci JOIN pro  $(a, b)$ -stromy: máte tedy dva stromy  $T_1, T_2$  s tím, že všechny klíče v  $T_1$  jsou menší než v  $T_2$ , a cílem operace je spojit dva stromy do jednoho. Pozor na to, že stromy mohou být různě vysoké. (Pro další příklad se může hodit analyzovat složitost přesněji než jen  $\mathcal{O}(\log n)$ .)

#### Úloha 5 (Split)

Navrhněte operaci SPLIT: máte tedy  $(a, b)$ -strom  $T$  a klíč  $k$ , a chcete  $T$  rozdělit na dva stromy tak, že je v jednom je vše menší než  $k$  a ve druhém je zbytek.